

Die magnetische Suszeptibilität von InAs und InSb

Von G. BUSCH, A. MENTH und B. NATTERER

Laboratorium für Festkörperphysik an der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich

(Z. Naturforsch. **19 a**, 542–548 [1964]; eingegangen am 18. Januar 1964)

Herrn Professor Dr. E. JUSTI zum 60. Geburtstag gewidmet

Die magnetische Suszeptibilität von relativ reinen InAs- und InSb-Proben wurde zwischen 60 °K und den Schmelzpunkten gemessen. Bei tiefen Temperaturen stehen die Ergebnisse im Einklang mit dem Modell quasifreier Elektronen. Sie zeigen aber bei hohen Temperaturen starke Abweichungen davon, die in Form eines Maximums der diamagnetischen Suszeptibilität zum Ausdruck kommen. Durch additive Aufteilung der Suszeptibilität in verschiedene Terme wird das Hochtemperaturverhalten erklärt und mit den Resultaten von BOWERS und YAFET und GEIST et al. an verschieden dotierten Proben bei konstanter Temperatur verglichen, wo für hohe Ladungsträgerdichten ebenfalls Abweichungen vom Modell quasifreier Elektronen auftreten. Für InAs wurde die effektive Masse der Leitungselektronen zu 0,021 m und demzufolge der effektive g -Faktor zu -17 bestimmt.

Die magnetische Suszeptibilität von InAs und InSb wurde bereits von mehreren Autoren untersucht. STEVENS und CRAWFORD¹, MATYAS² und BUSCH und KERN³ haben die magnetische Suszeptibilität von relativ reinem InSb als Funktion der Temperatur bestimmt. BOWERS und YAFET⁴ untersuchten die Abhängigkeit der Suszeptibilität von InSb von der Störstellenkonzentration bei tiefen Temperaturen. GEIST, RÖMELT und SCHLABITZ^{5–7} veröffentlichten Messungen der Ladungsträger-Suszeptibilität verschieden dotierter Proben InAs und InSb bei tiefen Temperaturen. Sowohl die Abhängigkeit der Suszeptibilität von der Temperatur T als auch diejenige von der Störstellenkonzentration bei konstantem T zeigen für große Ladungsträger-Suszeptibilitäten Abweichungen vom Modell quasifreier Elektronen. In der vorliegenden Arbeit wird die magnetische Suszeptibilität in Funktion der Temperatur T im Bereich $T = 60$ °K bis zu den Schmelzpunkten untersucht. Die experimentellen Resultate für beide Substanzen liefern, im Einklang mit den früheren Untersuchungen von STEVENS und CRAWFORD¹, MATYAS² und BUSCH und KERN³ an InSb, bei hohen Temperaturen ein Maximum der diamagnetischen Suszeptibilität.

KANE⁸ zeigte im Rahmen einer Berechnung der Energiebänder von InSb, daß für kleine k -Werte das Modell quasifreier Elektronen richtig ist, d. h. es gilt bei Abwesenheit eines Magnetfeldes:

$$E_{(k)} = \hbar^2 k^2 / (2 m^*). \quad (1)$$

Für höhere k -Werte hingegen treten Abweichungen von der quadratischen Energiebandform auf, da dann bei der Berechnung die Einflüsse höherer Bänder als Valenz- und Leitungsband berücksichtigt werden müssen. BOWERS und YAFET⁴ haben das Verhalten der Ladungsträger-Suszeptibilität bei hohen Ladungsträgerdichten und tiefen Temperaturen auf die Abweichungen von der parabolischen $E(k)$ -Beziehung zurückgeführt. MADELUNG und WEISS⁹ wiesen schon früher darauf hin, daß bei hohen Temperaturen in der Thermospannung von InSb Abweichungen vom Modell quasifreier Elektronen auftreten.

In dieser Arbeit wird das Hochtemperaturverhalten durch Aufteilen der Suszeptibilität in verschiedene Terme erklärt, und im Falle von InAs wurde die effektive Masse der Leitungselektronen bestimmt. Bei hohen Ladungsträgerdichten treten „Anomalien“ auf, unabhängig davon, ob die Suszeptibilität in Funktion der Temperatur T oder an verschieden dotierten Proben bei konstantem T untersucht wird. Diese „Anomalien“ sind auf dieselbe Ursache zurückzuführen, nämlich auf Abweichungen vom Modell quasifreier Elektronen. Diese Abweichungen sind verantwortlich für das Auftreten zusätzlicher Suszeptibilitätsterme, die ungefähr proportional zur Elektronendichte n sind. Da die höheren Bänder in InAs und InSb einen im Vergleich zu $k_B T$ großen Abstand von Valenz- und Leitungsband haben, handelt es sich um sogenannte hochfrequente Interband-

¹ D. K. STEVENS u. J. H. CRAWFORD, Phys. Rev. **99**, 487 [1955].

² M. MATYAS, Czech. J. Phys. **8**, 544 [1958].

³ G. A. BUSCH u. R. KERN, Helv. Phys. Acta **32**, 24 [1959].

⁴ R. BOWERS u. Y. YAFET, Phys. Rev. **115**, 1165 [1959].

⁵ D. GEIST, Z. Phys. **157**, 335 [1959].

⁶ G. RÖMELT, D. GEIST u. W. SCHLABITZ, Z. Naturforsch. **14 a**, 923 [1959].

⁷ G. RÖMELT u. D. GEIST, Z. Angew. Phys. **14**, 99 [1962].

⁸ E. O. KANE, J. Phys. Chem. Solids **1**, 249 [1956].

⁹ O. MADELUNG u. H. WEISS, Z. Naturforsch. **9 a**, 527 [1954].



terme, wie sie in allgemeinen Suszeptibilitätsformeln von ENZ¹⁰, BLOUNT¹¹ und anderen enthalten sind. Es liegen ähnliche Verhältnisse vor wie beim Atommagnetismus, wo „Interbandterme“ in Form von VAN VLECK-Termen zur Erklärung der Suszeptibilität notwendig sind.

I. Experimentelle Methoden

1. Suszeptibilitätsmessungen

Die Messungen wurden nach der Methode von GOUY auf einer automatisch kompensierenden Waage im Vakuum durchgeführt¹². Die prismatischen Proben mit einem Querschnitt von $4 \times 4 \text{ mm}^2$ und einer Länge von 40 mm wurden in einer Argon-Schutzatmosphäre in Quarzglas eingeschmolzen. Die Eichung erfolgte mit Wasser und Quecksilber bei Zimmertemperatur. Die relative Genauigkeit der Messungen beträgt 2‰, die absolute Genauigkeit 3‰.

2. HALL-Effekt und elektrische Leitfähigkeit

Zur Auswertung der Suszeptibilitätsmessungen wird die Ladungsträgerdichte n benötigt. Aus diesem Grunde wurden der HALL-Koeffizient und die elektrische Leitfähigkeit gemessen. Die experimentellen Ergebnisse stehen im Einklang mit den Messungen von WEISS und WELKER¹³. In den Abb. 5 und 6 sind die aus den HALL-Koeffizienten berechneten Ladungsträgerdichten n aufgetragen. Die beiden Größen wurden auf einer Chopper-Apparatur¹⁴ an prismatischen Proben der Dimension $1/2/12 \text{ mm}$ gemessen. Die Meßgenauigkeit beträgt 2%.

II. Experimentelle Resultate und Auswertungen

In den Abb. 1 und 2 sind die experimentellen Ergebnisse in Funktion der Temperatur aufgetragen. Die diamagnetischen Suszeptibilitäten beider Substanzen erwiesen sich als feldunabhängig und zeigten einen qualitativ ähnlichen Temperaturverlauf mit einem Maximum (Minimum in der Darstellung) bei hohen Temperaturen. Durch Aufteilen der Suszeptibilität ist es nun möglich, den Interbandterm $\chi_e^{(Z)}$, der für die Anomalie verantwortlich ist, zu separieren.

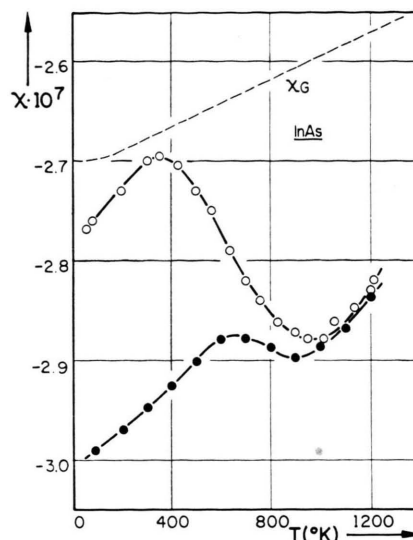


Abb. 1. Spezifische magnetische Suszeptibilität χ von InAs in Funktion der Temperatur T . \circ : Donatorendichte $n_D = 9,2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, \bullet : Donatorendichte $n_D = 7 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, χ_G : Durch Anpassung erhaltene Gittersuszeptibilität.

Bemerkung: In allen Abbildungen entspricht das Minimum der Kurven stets dem Maximum der diamagnetischen Suszeptibilität.

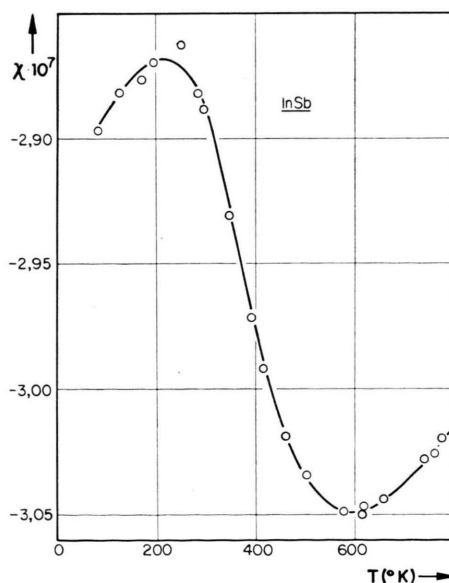


Abb. 2. Spezifische magnetische Suszeptibilität χ von InSb in Funktion der Temperatur T . \circ : Donatorendichte $n_D = 4,2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$.

¹⁰ C. P. ENZ, Helv. Phys. Acta **33**, 89 [1960].

¹¹ E. I. BLOUNT, Phys. Rev. **126**, 1636 [1962].

¹² M. HUBER u. B. NATTERER, Z. Angew. Math. Phys. **13**, 92 [1962].

¹³ H. WELKER u. H. WEISS, Solid State Phys. **3**, 1 [1956].

¹⁴ T. M. DAUPHINEE u. E. MOOSER, Rev. Sci. Instrum. **26**, 660 [1955].

Im wesentlichen wird das Verfahren von BUSCH und KERN³ angewendet. Es wird angenommen, daß sich die Suszeptibilität additiv aus einem Gitter- und einem Ladungsträgeranteil zusammensetzt:

$$\chi = \chi_G + \chi_L. \quad (2)$$

Die Gittersuszeptibilität χ_G wird, wie früher für Temperaturen T größer als ca. 100 °K, als lineare Funktion von T angenommen:

$$\chi_G = \chi_{0,G} + aT. \quad (3)$$

Die Ladungsträger-Suszeptibilität χ_L kann für n-leitende InAs- und InSb-Proben gleich dem Anteil χ_e der Elektronen gesetzt werden, da die Löcher eine sehr viel größere effektive Masse besitzen.

Innerhalb des parabolischen Bereiches des Leitungsbandes, also im Falle reiner Proben bei tiefen Temperaturen, ist der Elektronenanteil gleich der Summe der diamagnetischen LANDAU-PEIERLS- und der paramagnetischen PAULI-Suszeptibilität:

$$\chi_e = \chi_e^{(P.)} + \chi_e^{(L.P.)} = \frac{\mu_B^2}{\varrho} \frac{n}{k_B T} \left(\frac{g^2}{4} - \frac{1}{3} \left(\frac{m}{m^*} \right)^2 \right) F'_{1/2}(x), \quad (4)$$

μ_B : BOHRSCHE Magneton, ϱ : Dichte, n : Ladungsträgerdichte, g : g -Faktor, m/m^* effektive Masse, k_B : BOLTZMANNsche Konstante

$$F'_{1/2}(x) = \int_0^\infty \frac{x^{1/2} dx}{e^{x^2+1}} \quad (\text{FERMI-Integrale})$$

(Zusätzliche Terme wegen $g \neq 2$ können, wie BOWERS und YAFET⁴ gezeigt haben, vernachlässigt werden.)

Für vollständige Entartung geht (4) über in

$$\chi_e = \frac{\mu_B^2}{\varrho} \frac{4m^*}{h^2} (3\pi^2 n)^{1/3} \left(\frac{g^2}{4} - \frac{1}{3} \left(\frac{m}{m^*} \right)^2 \right). \quad (4a)$$

Für Nichtentartung wird (4) zu

$$\chi_e = \frac{\mu_B^2}{\varrho} \frac{n}{k_B T} \left(\frac{g^2}{4} - \frac{1}{3} \left(\frac{m}{m^*} \right)^2 \right). \quad (4b)$$

In Gl. (4) treten die Parameter n , g , m^* , $F'_{1/2}(x)/F_{1/2}(x)$ auf, die zum Teil noch voneinander abhängig sind. In den folgenden Unterabschnitten wird die Anzahl Parameter in (4) reduziert und (4) unter Berücksichtigung von (2) und (3) den experimentellen Kurven durch Bestimmung der freien Parameterwerte angepaßt.

1. Zusammenhang des g -Faktors mit der effektiven Masse

ROTH, LAX und ZWERDLING¹⁵ (vgl. auch¹⁶) geben für die Leitungselektronen von InSb eine Beziehung zwischen g , m^* , der Energielücke ε_G und der Spin-Bahn-Aufspaltung Δ des Valenzbandes an, nämlich

$$g = 2 \left[1 - \left(\frac{m}{m^*} - 1 \right) \frac{\Delta}{3\varepsilon_G + 2\Delta} \right]. \quad (5)$$

Die Werte von ε_G und Δ wurden einer Zusammenstellung von EHRENREICH¹⁷ entnommen:

$$\text{InSb:} \quad \varepsilon_G = 0,36 \text{ eV}, \quad \Delta = 0,43 \text{ eV};$$

$$\text{InAs:} \quad \varepsilon_G = 0,24 \text{ eV}, \quad \Delta = 0,90 \text{ eV}.$$

2. Ladungsträgerdichte und FERMI-Integrale

Die Ladungsträgerdichte n erhält man aus den Messungen der HALL-Koeffizienten R_H :

$$R_H = -r(T)/ne. \quad (6)$$

In der Auswertung für InSb wurde der Streufaktor $r(T)$ wie bei BUSCH und STEIGMEIER¹⁸ exakt berücksichtigt. Auf Grund der Erfahrungen bei InSb wurde im Falle von InAs der Streufaktor $r(T)$ für Temperaturen größer als 250 °K gleich eins angenommen. Die berechneten Ladungsträgerdichten n sind in den graphischen Darstellungen (5) und (6) aufgetragen. Mittels FERMI-DIRAC-Statistik erhält man aus der Ladungsträgerdichte

$$n = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{2\pi m^* k_B T}{h^2} \right)^{3/2} F_{1/2}(x) \quad (7)$$

die FERMI-Integrale $F_{1/2}(x)$ in Funktion der Temperatur.

Die Quotienten $F'_{1/2}(x)/F_{1/2}(x)$ wurden aus $F_{1/2}(x)$ mit Hilfe der Tabellen von McDougall und Stoner¹⁹ bestimmt.

3. Anpassung bei tiefen Temperaturen

Die effektive Masse m^* in (4) und (7) wurde nun so bestimmt, daß unter Berücksichtigung der Gln. (2), (3), (5) und (7) die experimentelle Kurve durch die LANDAU-PEIERLS-Suszeptibilität im Gebiet niedriger Temperaturen erklärt wird. Durch diese Anpassung erhält man die effektive Masse m^* , mit (5) den g -Faktor und aus der Beziehung (3) $\chi_{0,G}$ und a .

¹⁵ LAURA M. ROTH, B. LAX u. S. ZWERDLING, Phys. Rev. **114**, 90 [1959].

¹⁶ Y. YAFET, Solid State Physics **14**, 1 [1962].

¹⁷ H. EHRENREICH, J. Appl. Phys. **32**, 2155 [1961].

¹⁸ G. A. BUSCH u. E. STEIGMEIER, Helv. Phys. Acta **34**, 5 [1961].

¹⁹ J. McDougall u. E. C. Stoner, Phil. Trans. Roy. Soc., Lond. A **237**, 67 [1939].

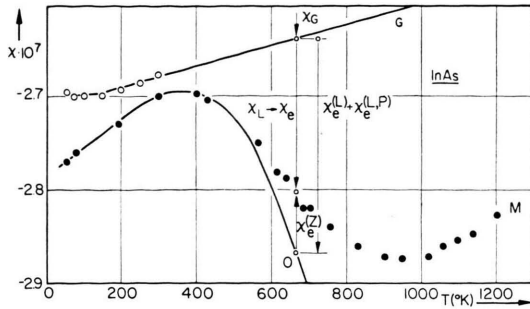


Abb. 3. Aufteilung der spezifischen magnetischen Suszeptibilität von InAs ($n_D = 9,2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$). M: Meßwerte, O: Nach Gl. (4) mit $m^* = 0,021 m$ und $g = -17$, $\chi_e^{(Z)}$: Zusatzsuszeptibilität: Abweichung von M von O bei hohen Temperaturen.

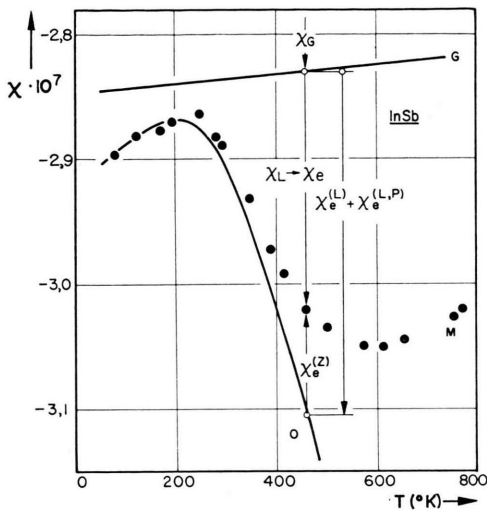


Abb. 4. Aufteilung der spezifischen magnetischen Suszeptibilität von InSb ($n_D = 4,2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$). M: Meßwerte, O: Nach Gl. (4) mit $m^* = 0,014 m$ und $g = -48$, $\chi_e^{(Z)}$: Zusatzsuszeptibilität: Abweichung von M von O bei hohen Temperaturen.

a) InAs. In Abb. 3 ist die berechnete Kurve O mit $m^* = 0,021 m$ zusammen mit den experimentellen Werten M aufgetragen. Nach Gl. (5) ist somit der g -Faktor $g = -17$. Diese Art der Anpassung ist sehr empfindlich. Wählt man z. B. in obiger Auswertung $m^* = 0,023 m$, so sind sämtliche aufgestellten Bedingungen nicht mehr im Einklang mit den experimentellen Ergebnissen. EHRENREICH¹⁷ gibt in einer Zusammenstellung an, daß m^* zwischen den Grenzen $0,021 m$ und $0,03 m$ liege. Es gelingt für reines InAs, die effektive Masse und demzufolge den g -Faktor aus den Suszeptibilitätsmessungen zu bestimmen. Mit Gl. (3) erhält man für die Parameter

der Gittersuszeptibilität:

$$\chi_{0,G} = -2,714 \cdot 10^{-7}, \quad a = 1,14 \cdot 10^{-11} (\text{°K})^{-1}.$$

Die Diskrepanz zwischen der berechneten Kurve O und den experimentellen Werten M in Abb. 3 für Temperaturen größer als 550 °K wird in Abschnitt 4 besprochen.

b) InSb. Übernimmt man die Werte von LAX et al.¹⁵ $m^* = 0,014 m$ und $g = -48$, so erhält man eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Resultaten bei tiefen Temperaturen, vgl. Abb. 4. Für die Parameter der Gittersuszeptibilität erhält man:

$$\chi_{0,G} = 2,847 \cdot 10^{-7}, \quad a = 3,75 \cdot 10^{-12} (\text{°K})^{-1}.$$

4. Separation bei hohen Temperaturen

Wie Abb. 3 und 4 zeigen, treten unter Annahme eines linearen Anstieges des Gitteranteils mit der Temperatur T in der Suszeptibilität starke Abweichungen vom Modell quasifreier Elektronen auf. Dies bedingt zusätzliche Terme $\chi_e^{(Z)}$ in der Ladungsträger-Suszeptibilität:

$$\chi = \chi_G + \chi_e = \chi_G + \chi_e^{(P)} + \chi_e^{(L,P)} + \chi_e^{(Z)}.$$

In den Abb. 5 und 6 sind die Zusatzsuszeptibilitäten $\chi_e^{(Z)}$, d. h. die Differenzen zwischen den nach Gl. (4) berechneten Werten und den experimentel-

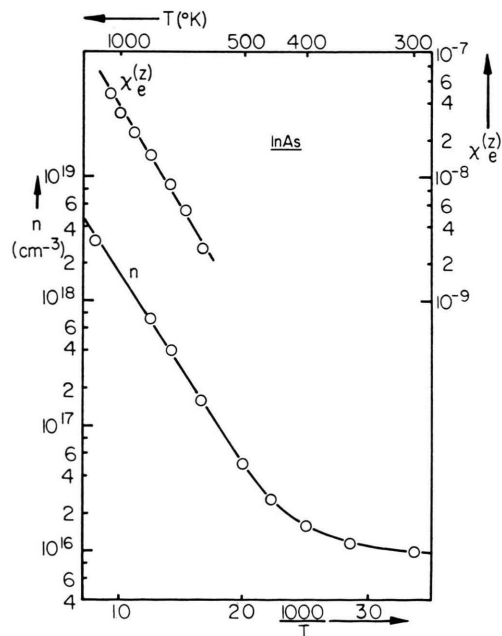


Abb. 5. Zusatzsuszeptibilität $\chi_e^{(Z)}$ im Vergleich zur Ladungsträgerdichte n als Funktion der reziproken Temperatur von InAs ($n_D = 9,2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$).

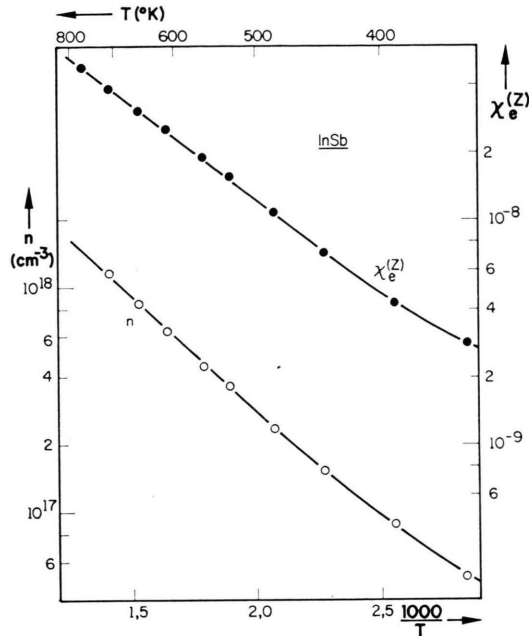


Abb. 6. Zusatzsuszeptibilität $\chi_e^{(Z)}$ im Vergleich zur Ladungsträgerdichte n als Funktion der reziproken Temperatur von InSb ($n_D = 4,2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$).

len Resultaten, in Funktion der reziproken Temperaturen aufgetragen. Der Vergleich mit dem Temperaturverlauf der Ladungsträgerdichte n zeigt, daß $\chi_e^{(Z)}$ ungefähr proportional n ist.

$$\text{InAs: } \chi_e^{(Z)} \approx 2,4 \cdot 10^{-26} n,$$

$$\text{InSb: } \chi_e^{(Z)} \approx 1,9 \cdot 10^{-26} n.$$

Diese Tatsache deutet darauf hin, daß $\chi_e^{(Z)}$ ein paramagnetischer Interbandterm ist, der auf die Abweichungen von der parabolischen $E(k)$ -Beziehung zurückzuführen ist.

III. Diskussion

1. Resultate anderer Autoren an dotierten Proben

In Kurve D der Abb. 7 sind die experimentellen Resultate von GEIST⁵ an InAs bei 297 °K und in Kurve D der Abb. 8 die an experimentelle Werte bei ca. 4 °K angepaßte theoretische Kurve von BOWERS und YAFET⁴ von InSb als Funktion von $n^{1/3}$ aufgetragen. Zum Vergleich sind in Abb. 7 die Ladungsträgeranteile bei Zimmertemperatur [Punkte (a) und (b)] der beiden verschieden dotierten InAs-Proben, deren Temperaturverlauf in Abb. 1 dargestellt ist, eingezeichnet. Im Gegensatz zu unseren

Messungen muß bei der Auswertung der Ergebnisse an dotierten Proben [ebenfalls für die Punkte (a) und (b) in Abb. 7] keine Temperaturabhängigkeit der Gittersuszeptibilität berücksichtigt werden, da

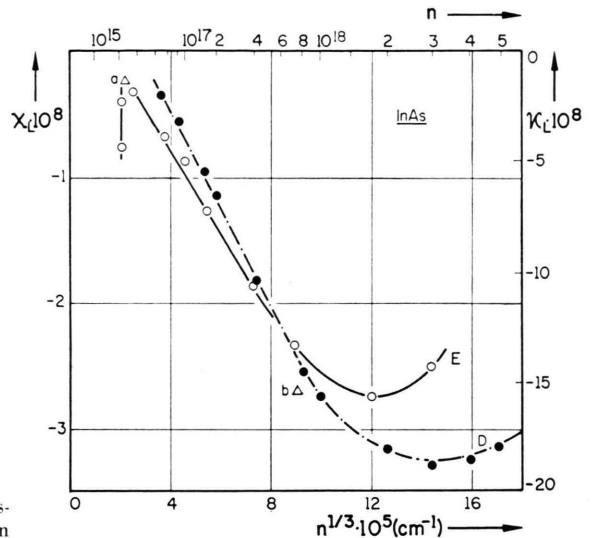


Abb. 7. Ladungsträger-Suszeptibilität von InAs als Funktion der Elektronendichte n . E: Werte aus eigenen Messungen in Funktion der Temperatur an einer reinen Probe, D: Werte bei Zimmertemperatur verschieden dotierter Proben nach GEIST⁵, a, b: Werte bei Zimmertemperatur der beiden Proben, deren Temperaturverläufe in Abb. 1 aufgetragen sind.

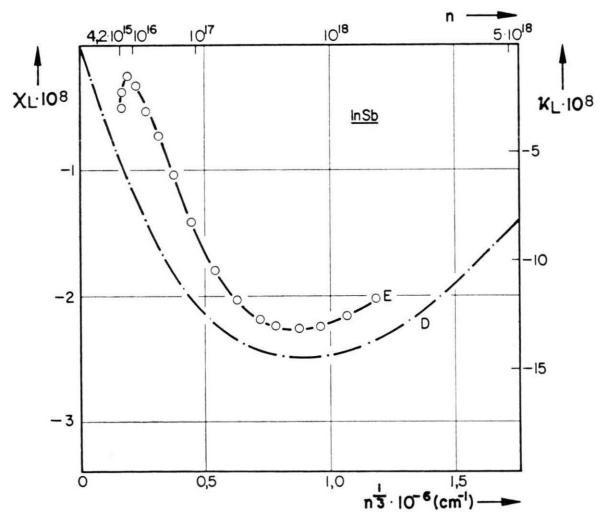


Abb. 8. Ladungsträger-Suszeptibilität von InSb als Funktion der Elektronendichte n . E: Werte aus eigenen Messungen in Funktion der Temperatur an einer reinen Probe, D: An experimentelle Ergebnisse angepaßte theoretische Kurve von BOWERS und YAFET⁴ von InSb für verschieden dotierte Proben bei ungefähr 4 °K.

die Ladungsträgeranteile bei konstanter Temperatur an Proben mit ungleichen Ladungsträgerdichten untersucht wurden.

2. Vergleich der Resultate der beiden Untersuchungsarten

Die Kenntnis der Ladungsträgerdichte n der reinen InAs- und InSb-Proben ermöglicht die Darstellung der Ladungsträger-Suszeptibilität als Funktion von n . Trägt man die an einer reinen Probe aus der Temperaturabhängigkeit bestimmten Ladungsträgeranteile im Vergleich zu denjenigen verschiedenen dotierter Proben bei gleicher Temperatur gegen $n^{1/3}$ auf, so erhält man eine qualitative Übereinstimmung, wie aus den Abb. 7 und 8 ersichtlich ist. Die Unterschiede in den Resultaten der beiden Untersuchungsarten sind folgendermaßen zu erklären:

a) Unterschiede im Entartungsgrad

Die Gln. (4), (4a) und (4b) zeigen, daß die Ladungsträger-Suszeptibilität für gleiche Temperaturen sehr stark vom Entartungsgrad abhängt. BOWERS und YAFET⁴ und GEIST⁵ untersuchten die Ladungsträger-Suszeptibilität bei relativ tiefen Temperaturen T und verschiedenen hohen Ladungsträgerdichten n . In den hier beschriebenen Messungen treten nur bei hohen Temperaturen große Ladungsträgerdichten auf. Diese Tatsachen bewirken, daß in den beiden Fällen der Entartungsgrad anders ist.

b) Änderung der Ladungsträger-Suszeptibilität für konstante Elektronendichte

Der von der Ladungsträgerdichte n unabhängige Anstieg von χ_L (Kurven E in Abb. 7 und 8) bei tiefen Temperaturen ist auf die Temperaturabhängigkeit von χ_L im Sättigungsgebiet, d. h. im Gebiet $n = \text{const}$, zurückzuführen und tritt daher bei Untersuchungen in Funktion der Dotation, bei konstanter Temperatur (Kurven D), nicht auf.

c) Die Gittersuszeptibilität

Eine weitere Möglichkeit für die Abweichungen in den Resultaten der beiden Untersuchungsarten liegt in den Annahmen über die Gittersuszeptibilität begründet, die, wie bereits bemerkt, in einem Fall für eine feste Temperatur T und im andern Fall als Funktion von T bestimmt werden muß.

d) Einfluß der Löcher

Der Einfluß der Löcher wird über den ganzen Temperaturbereich, also auch im Eigenleitungsgebiet, vernachlässigt. Für hohe Temperaturen treten, trotz der großen effektiven Massen, insbesondere bei InAs, Löcherterme auf, die in den Kurven E der Abb. 7 und 8 enthalten sind, nicht aber in den Kurven D.

3. Der Zusatzterm $\chi_e^{(Z)}$

In Abschnitt II²¹ wurde bereits darauf hingewiesen, daß die Zusatzsuszeptibilität $\chi_e^{(Z)}$, d. h. die Differenz zwischen der nach (4) berechneten und der experimentellen Ladungsträger-Suszeptibilität, ungefähr proportional der Ladungsträgerdichte n ist. Nach den allgemeinen Formeln der feldunabhängigen Suszeptibilität der Kristalle in Einteilchennäherung (vgl. zusammenfassende Arbeit von ENZ²⁰) lautet die Suszeptibilität der Leitungselektronen

$$\chi_e = \int_{\text{B.Z.}} a_k \frac{df_0}{dE} d^3k + \int_{\text{B.Z.}} b_k f_0 d^3k = \chi_a + \chi_b. \quad (8)$$

Die Koeffizienten a_k und b_k sind Funktionen der Energiebandparameter. Im Gültigkeitsbereich des Modells quasifreier Elektronen geht (8) über in (4), da χ_b für $g=2$ und bei parabolischen Energiebändern verschwindet und nach BOWERS und YAFET⁴ der Korrekturterm χ_b zu (4) wegen $g \neq 2$ vernachlässigt werden kann. Im Gebiet nichtparabolischer Energiebandform ist $\chi_b \neq 0$. Wird in erster Näherung $b_k = b$, also unabhängig von k , angenommen, so ist $\chi_e^{(Z)}$ proportional zu n , d. h.

$$\chi_b = b \int_{\text{B.Z.}} f_0 d^3k = b n. \quad (9)$$

Nach ADAMS²², BLOUNT¹¹ und ENZ²¹ sind in χ_b hochfrequente VAN VLECK-Terme und Pseudo-LARMOR-LANGEVIN-Terme enthalten, die beide Vorzeichen aufweisen und sehr groß sein können. Für InSb haben BOWERS und YAFET⁴ b ausgewertet. Die Zusatzsuszeptibilität $\chi_e^{(Z)}$ enthält mehrere Terme, die hier zu einem Ausdruck zusammengefaßt wurden. Darunter sind auch die naheliegenden Korrekturterme zu (4) infolge der k -Abhängigkeit der effektiven Masse m^* und somit des g -Faktors g ¹⁶. Die Änderungen von m^* und g in Funktion von k heben sich zum Teil auf und sind gegenüber den oben dis-

²⁰ C. P. ENZ, Proc. Int. School of Physics "Enrico Fermi", Varenna, Italien, Course 22, p. 458, herausgegeben von R. A. SMITH, Academic Press, New York and London.

²¹ Vgl. S. 546.

²² E. N. ADAMS, Phys. Rev. **89**, 633 [1953].

kutierten Beiträgen zu der Zusatzsuszeptibilität klein. Diese Korrektur wurde von BOWERS und YAFET⁴ für InSb berechnet und ist im wesentlichen ebenfalls proportional zur Ladungsträgerdichte n .

IV. Schlußbemerkungen

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß das Verhalten bei hohen Ladungsträgerdichten in beiden Arten der Untersuchungen auf den gleichen Grund zurückzuführen ist. Neben den Abhängigkeiten der effektiven Massen und der g -Faktoren von der Bänderform in der LANDAU-PEIERLS- und PAULI-Suszeptibilität der Elektronen treten zusätzliche Interbandterme, die proportional zur Ladungsträgerdichte

sind, auf. Aus dieser Übereinstimmung folgt, daß die in den erwähnten Arbeiten verschiedener Autoren angewendete Aufteilung der Suszeptibilität in sich konsistent ist.

Die effektive Masse und somit der g -Faktor konnten für InAs auf eine empfindliche Art bestimmt werden.

Ein Teil der Resultate ist bereits in zwei Kurzberichten erschienen^{23, 24}.

Die Autoren danken Herrn Dr. E. STEIGMEIER für seine wertvolle Unterstützung bei der Auswertung der HALL-Effektmessungen. Ferner sind wir dem Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung für die finanzielle Unterstützung dieser Arbeit zu Dank verpflichtet.

²³ G. A. BUSCH u. S. YUAN, Helv. Phys. Acta **32**, 465 [1959].

²⁴ G. BUSCH, A. MENTH u. B. NATTERER, Helv. Phys. Acta **35**, 499 [1962].

Intrinsic Optical Absorption in Germanium

By GÜNTHER HARBEKE

Laboratories RCA Ltd., Zürich, Switzerland

(Z. Naturforsch. **19 a**, 548—552 [1964]; eingegangen am 21. Januar 1964)

Dedicated to Prof. Dr. E. JUSTI on the occasion of his 60th birthday

The absorption constant of germanium beyond the first direct absorption edge has been determined up to energies of 2.5 eV by transmission measurements on very thin samples prepared from bulk single crystals. The results are discussed in terms of recent band structure calculations and previous reflection measurements. At low temperatures the observed structure gives evidence for exciton formation connected with direct transitions at a saddle point in the energy difference between conduction and valence bands.

The measurement of the optical constants at energies beyond the fundamental absorption edge is a very useful tool in determining the electronic band structure of semiconductors and insulators¹. In detailed band calculations^{2, 3} a few potential parameters are left adjustable in order to fit experimental values of vertical energy distances between valence and conduction band at certain points of high symmetry in k -space deduced from experiments. These calculations then in turn give the joint density of states of valence and conduction bands as a function of the vertical energy difference between both sets of bands. The joint density of states, on the other hand, is the essential factor determining the imagi-

nary part ϵ_2 of the dielectric constant since it represents the number of initial and final states for direct interband transitions.

Reflection techniques have been most widely used in order to determine the optical constants n and k and hence the real and imaginary part $\epsilon_1 = n^2 - k^2$ and $\epsilon_2 = 2nk$ respectively of the dielectric constant at energies higher than the fundamental absorption edge. One technique uses a KRAMERS-KRONIG analysis of the reflectance data of unpolarized light⁴ and thus requires a measurement of the entire reflection spectrum or its most strongly contributing parts. The optical constants can also be calculated from the ellipsometry of reflected polarized light⁵.

¹ For references see: G. HARBEKE in Festkörperprobleme III, Verlag Friedrich Vieweg, Braunschweig, and M. CARDONA in The Physical Properties of III-V Compounds, edited by Willardson and Beer, Reinhold Publ. Comp., New York 1964.

² D. BRUST, J. C. PHILLIPS, and F. BASSANI, Phys. Rev., Letters **9**, 94 [1962].

³ D. BRUST, M. C. COHEN, and J. C. PHILLIPS, Phys. Rev., Letters **9**, 389 [1962].

⁴ H. R. PHILIPP and E. A. TAFT, Phys. Rev. **113**, 1002 [1959].

⁵ D. T. F. MARPLE and H. EHRENREICH, Phys. Rev., Letters **8**, 87 [1962].